

## Discrétisation

Opération consistant à remplacer des relations portant sur des fonctions continues par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition (Def. Larousse).

Lien évident avec l'échantillonnage, l'acquisition de donnée  
(MOUT104)

## Discrétisation

Opération consistant à remplacer des relations portant sur des fonctions continues par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition (Def. Larousse).

Lien évident avec l'échantillonnage, l'acquisition de donnée  
(MOUT104)

## Exemple

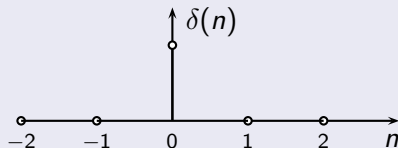
Soit la fonction  $f(t) = A\cos(\omega t)$ . Prendre les valeurs de  $f(t)$  tous les  $nT_e$  revient à discrétiser  $f(t)$ . On parle alors de fonction discrète ou plutôt de signal discret et on note  $f(n) = A\cos(\omega nT_e)$

## Application sous Matlab

- 1 Etudier la fonction *wavread* dans l'aide Matlab
- 2 Charger le signal contenu dans le fichier *mi2\_bute\_ros.wav* ainsi que la fréquence d'échantillonnage d'enregistrement  $F_s$
- 3 Ecouter le fichier (fonction *soundsc*). Que se passe-t-il si on multiplie ou divise  $F_s$  par 2 ?
- 4 Créer un vecteur temporel correspondant au signal. Tracer le signal en fonction du temps.
- 5 En utilisant les outils de zoom et le curseur, estimer la fréquence fondamentale de la note jouée.
- 6 Sur un second graphe (fonction *subplot*) tracer le signal pour une fréquence d'échantillonnage deux fois plus élevée. Vérifier l'observation faite à la question 3.

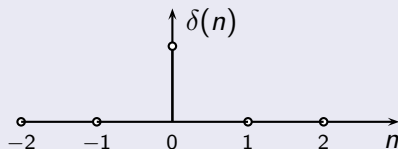
## L'impulsion unitaire

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



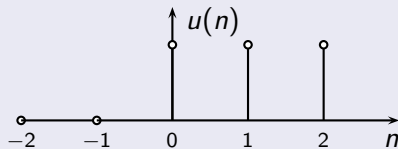
## L'impulsion unitaire

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



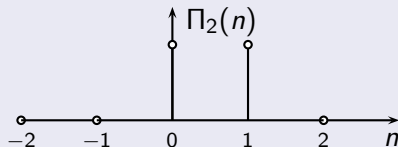
## L'échelon unitaire

$$u(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



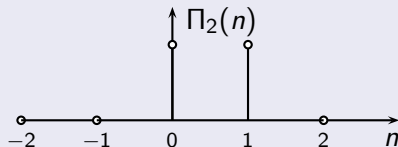
## La porte

$$\Pi_N(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



## La porte

$$\Pi_N(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



## Remarques

$$u(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n - k)$$

$$\Pi_N(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n - k) - \sum_{l=N}^{+\infty} \delta(n - l)$$

## Les fonctions cosinus et sinus discrètes

$$s_1(n) = \cos(2\pi f n T_e) \text{ et } s_2(n) = \sin(2\pi f n T_e)$$

### Remarque

Les variables  $n$ ,  $k$  ou  $l$  utilisées précédemment sont implicitement équivalentes à  $nT_e$ ,  $kT_e$  ou  $lT_e$ ,  $T_e$  étant la période d'échantillonnage



## Les fonctions cosinus et sinus discrètes

$$s_1(n) = \cos(2\pi f n T_e) \text{ et } s_2(n) = \sin(2\pi f n T_e)$$

### Remarque

Les variables  $n$ ,  $k$  ou  $l$  utilisées précédemment sont implicitement équivalentes à  $nT_e$ ,  $kT_e$  ou  $lT_e$ ,  $T_e$  étant la période d'échantillonnage

### Exercice sous Matlab

- Tracer les signaux élémentaires sous Matlab

## Exercice de transition sous Matlab

Cet exercice propose de mettre en oeuvre la synthèse d'un signal par composition de sinusöide

- ❶ Créer un script nommé *Exercice6.m* contenant "clear all; close all; clc;" comme premières commandes
- ❷ Créer un vecteur temporel dans l'intervalle [0; 2] avec un pas de 0.001s
- ❸ Tracer le signal discret  $s(n)$  construit sur la composition suivante :

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \sin(2\pi t) + \frac{1}{3} \sin(2\pi 3t) + \frac{1}{5} \sin(2\pi 5t) \right]$$

- ❹ Modifier le script pour sommer cinquante termes de la forme :

$$\frac{4}{(2k+1)\pi} \sin[2\pi(2k+1)t] \quad k \text{ allant de } 0 \text{ à } 49$$

## Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : **presque tout signal continu** périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus. C'est ce que l'on appelle la **Série de Fourier**.

Un signal  $s(t)$  de période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = \rho(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) \cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

## Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : **presque tout signal continu périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus**. C'est ce que l'on appelle la **Série de Fourier**.

Un signal  $s(t)$  de période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = \rho(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) \cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

## Remarques

- $\rho(k)$  et  $\phi(k)$  sont respectivement des amplitudes et des phases

## Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : **presque tout signal continu périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus**. C'est ce que l'on appelle la **Série de Fourier**.

Un signal  $s(t)$  de période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = \rho(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) \cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

## Remarques

- $\rho(k)$  et  $\phi(k)$  sont respectivement des amplitudes et des phases
- $\rho(0)$  est la valeur moyenne,  $\phi(0)$  est nul

## Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : **presque tout signal continu périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus**. C'est ce que l'on appelle la **Série de Fourier**. Un signal  $s(t)$  de période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = \rho(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) \cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

## Remarques

- $\rho(k)$  et  $\phi(k)$  sont respectivement des amplitudes et des phases
- $\rho(0)$  est la valeur moyenne,  $\phi(0)$  est nul
- $f_0$  est la fréquence fondamentale

## Généralisation

L'exemple de l'exercice précédent peut se généraliser : **presque tout signal continu périodique peut être synthétisé par sommation de sinus et/ou de cosinus**. C'est ce que l'on appelle la **Série de Fourier**. Un signal  $s(t)$  de période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$s(t) = \rho(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} 2\rho(k) \cos[2\pi k f_0 t + \phi(k)]$$

## Remarques

- $\rho(k)$  et  $\phi(k)$  sont respectivement des amplitudes et des phases
- $\rho(0)$  est la valeur moyenne,  $\phi(0)$  est nul
- $f_0$  est la fréquence fondamentale
- Les fréquences des cosinus sont des multiples entiers de  $f_0$ . Ce sont les harmoniques.